Liite: Millä työllisyysasteella voisimme pärjätä?

Henri Keränen

Helmikuu 2017

1 Mallin ratkaisu

Populaatio muodostuu kolmenlaisista agenteista. Työikäiset jakautuvat työllisiin L ja työn ulkopuolella oleviin NL. Lisäksi on työiän ulkopuoliset agentit D. Jokainen työn ulkopuolinen aiheuttaa julkiselle vallalle nettokustannuksen c ja jokainen, joka on työssä, tuottaa julkiselle vallalle nettoveron h. Nettomenot NE voidaan siis kirjoittaa

$$NE = c(D + NL)$$

ja nettotulot NI

$$NI = hL.$$

Oletetaan Hetemäen tapaan, että pääoman ja työpanoksen suhde on vakio. Lisäksi oletetaan, että tuottavuuskehitystä ei ole tai että julkisen talouden menot kasvavat automaattisesti samaa tahtia tuottavuuden kanssa. Tällöin käyttäen samaa tuotantofunktiota kuin Hetemäki voimme yksinkertaistaen kirjoittaa, että kokonaistuotanto $GDP = L$, jossa tuottavuusparametri $a = 1$. Lisäksi määritelmien mukaan väestöllinen huoltosuhde on $DR = D/(L + NL)$ ja työllisyysaste on $ER = L/(L + NL)$.

Tästä seuraa, että voimme kirjoittaa.

$$\frac{NI}{NE} = \frac{hER(L + NL)}{c[DR(L + NL) + NL]}$$

Seuraten Hetemäkeä julkinen talous on kestävällä pohjalla, kun $\frac{NI}{NE} = 1$ eli perusjäämä $PB \equiv NI - NE = 0$.

Määrittelemällä $k \equiv \frac{h}{c}$ voimme kirjoittaa

$$\frac{NI}{NE} = k\frac{ER}{DR + (1 - ER)},$$

sillä $\frac{NL}{L+NL} = 1 - ER$.

Julkisen talouden tasapainottava työllisyyden taso annetulla huoltosuhteella DR on siis ratkaistavissa seuraavasti:

$$k\frac{ER^*}{DR+(1-ER^*)} = 1 \Leftrightarrow ER^* = \frac{1+DR}{1+k}$$

Selvittääksemme mallin parametrit voimme Hetemäen tapaan käyttää hyväksemme tietoa/oletusta, että

$$\frac{\partial \frac{PB}{GDP}}{\partial ER} = 0.4$$

Tiedämme myös seuraavat muuttujat esimerkiksi vuodelta 2015: $DR_{2015} = 0.583$ (Tilastokeskus), $ER_{2015} = 0.681$ (Tilastokeskus) sekä $\frac{PB_{2015}}{GDP_{2015}} = -0.016$ (Ameco), joten voimme ratkaista mallin parametrien arvot seuraavasti.

$$\begin{aligned}
&\frac{PB}{GDP} = \frac{NI}{GDP} - \frac{NE}{GDP} \\
\Leftrightarrow &\frac{PB}{GDP} = h\frac{ER(L+NL)}{L} - c\frac{DR(L+NL)+NL}{L} \\
\Leftrightarrow &\frac{PB}{GDP} = h - c(\frac{DR}{ER} + \frac{NL}{L}) \\
\Leftrightarrow &\frac{PB}{GDP} = h - c(\frac{DR}{ER} + \frac{NL}{ER(L+NL)}) \\
\Leftrightarrow &\frac{PB}{GDP} = h - c(\frac{DR+(1-ER)}{ER})
\end{aligned}$$

Voimme nyt rakentaa yhtälöryhmän sijoittamalla jälkimmäiseen yhtälöön ensin vuoden 2015 toteutuneet arvot muuttujille DR, ER ja $\frac{PB}{GDP}$ ja toiseksi sen arvon

$$ER^*_{2015} = ER_{2015} - \frac{1}{\frac{\partial \frac{PB}{GDP}}{\partial ER}} \frac{PB_{2015}}{GDP_{2015}} = 0.721,$$

joka olisi tasapainottanut perusjäämän ($\frac{PB}{GDP} = 0$) vuonna 2015 (huoltosuhde on molemmissa sama). Siis voimme ratkaista parametrit h ja c seuraavien yhtälöiden avulla:

$$\begin{aligned}
\frac{PB_{2015}}{GDP_{2015}} &= h - c(\frac{DR_{2015}+(1-ER_{2015})}{ER_{2015}}) \\
0 &= h - c(\frac{DR_{2015}+(1-ER^*_{2015})}{ER^*_{2015}})
\end{aligned}$$

Kun sijoitamme tarvittavat arvot, saamme $c \approx 0.124068$ ja $h \approx 0.148332$, jolloin $k \approx 1.195562$ ja

$$ER^*_t \approx \frac{1+DR_t}{2.195562}.$$